

۱. درستی و نادرستی هر یک از عبارات زیر را ثابت کنید.

$$\begin{array}{ll} (A \Rightarrow B) \vee (A \Rightarrow C) & (a) \\ (A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C) & (b) \\ (A \wedge B) \Rightarrow C & (c) \\ (A \wedge B) \Rightarrow (A \Rightarrow C) & (d) \\ (A \wedge B \Rightarrow C) \Leftrightarrow ((A \Rightarrow C) \vee (B \Rightarrow C)) & (e) \end{array}$$

۲. ثابت کنید استنتاج‌های زیر صحیح هستند

$$\begin{array}{ccc} \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \rightarrow r \\ \hline \sim q \vee \sim r \\ \hline \therefore \sim p \end{array} & \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \hline \sim q \vee \sim s \\ \hline \therefore \sim p \vee \sim r \end{array} & \begin{array}{l} p \rightarrow q \\ r \rightarrow s \\ \hline p \vee r \\ \hline \therefore q \vee s \end{array} \end{array}$$

۳. مقدمات زیر نوشته لوئیس کارل، نویسنده اثر معروف خاطرات آلیس در سرزمین عجایب است. نشان دهید از این جملات می‌توان جمله «نامه‌هایی که من توانستم بخوانم خط خوردگی دارند» را نتیجه گرفت.

(الف) تمامی نامه‌های تاریخ‌دار، روی کاغذ آبی نوشته شده‌اند.

(ب) هیچ یک از نامه‌ها با مرکب سیاه نوشته نشده‌است، بجز نامه‌هایی که برای شخص غائبی نوشته شده است.

(ج) من هیچ یک از نامه‌هایی که توانستم بخوانم بایگانی نکردم.

(د) هیچیک از نامه‌هایی که در یک صفحه نوشته شده‌اند، بدون تاریخ نیستند.

(ه) همه نامه‌هایی که خط خوردگی ندارند، با مرکب سیاه نوشته شده‌اند.

(و) همه نامه‌هایی که در صفحه آبی نوشته شده‌اند، بایگانی می‌شوند.

(ز) همه نامه‌هایی که در بیش از یک صفحه نوشته شده‌اند، خط خوردگی دارند.

راهنمایی: از قانون *contrapositive* و تعاریف زیر استفاده کنید. درخت دانش این جملات را ترسیم کنید.

A: خط خوردگی دارد B: نامه تاریخ دار

C: بایگانی شده است D: با مرکب سیاه نوشته شده است. G: روی یک صفحه

E: نامه‌هایی که من می‌توانستم بخوانم F: روی کاغذ آبی H: برای شخص غائب نوشته شده

۴. جملات زیر را با استفاده از منطق مرتبه اول بنویسید و اثبات کنید که b عمومی d است.

✓ برادر هر شخص، فرزند دیگر ولی اوست و مذکر است.

✓ برادر پدر هر شخص، عمومی اوست.

✓ رابطه فرزند و پدری معکوس یکدیگر هستند.

✓ عمومی هر شخص، عمومی برادر او هم هست.

✓ رابطه برادری یک رابطه دو طرفه است.

✓ a پسر b است.

✓ c برادر b است.

✓ c پدر d است.

۵- جملات زیر را با استفاده از منطق مرتبه اول بنویسید و اثبات کنید  $m1$  در گروه c قرار ندارد.

✓ هر شکلی که دارای ۴ ضلع دوبدو موازی باشد و دارای ۴ ضلع برابر باشد و لوزی نباشد، مربع است.

✓ هر شکلی که دارای ۴ ضلع و ۴ زاویه قائمه باشد، دارای اضلاع دوبدو موازی است.

✓ هر شکلی که مربع باشد یا مستطیل باشد، در گروه a قرار دارد.

✓ هر شکلی که مثلث باشد در گروه b قرار دارد.

✓ هر شکلی که دایره باشد در گروه c قرار دارد.

✓ هر شکل، تنها می تواند در یکی از گروه های a، b و c باشد.

✓  $m1$  دارای ۴ ضلع برابر است.

✓  $m1$  دارای اضلاع برابر است.

✓  $m1$  دارای زاویه های قائمه است.

✓  $m1$  لوزی نیست.